

DOMINIQUE CLAUSE

La thermoélectricité

Ετατ δε λ'αρτ δε λα προδυχτιον
τηερμοπολταιθυε

dclause2@hotmail.com
0632188219

SOMMAIRE

SOMMAIRE	2
OBJECTIF	3
ABSTRACT	3
INTRODUCTION	4
HISTOIRE D'UN PRINCIPE	4
VULGARISATION	5
ARCHITECTURE D'UN MODULE TE	7
DESCRIPTION DE L'EFFET SEEBECK	8
UN PEU DE MATHEMATIQUES	12
<i>I/ introduction</i>	<i>12</i>
<i>II/ Conservation de l'énergie</i>	<i>12</i>
<i>III/ Caractérisation des matériaux thermoélectriques</i>	<i>13</i>
<i>IV/ Rendement thermoélectrique</i>	<i>13</i>
<i>V/ analyse des paramètres</i>	<i>14</i>

OBJECTIF

Le présent article est un rapport concluant quatre semaines de recherche sur l'effet Seebeck. Il se présentera donc sous la forme d'un rendu final ordonné logiquement, ne restituant pas ainsi les méandres de la recherche et du cursus réflexif suivi.

L'objectif final de ce mois de recherche fut d'étudier la faisabilité d'un vol en planeur solaire incluant un moteur d'appoint en catégorie ULM. L'idée est donc de quantifier et d'augmenter la quantité d'énergie électrique pouvant être fournie par la technologie Seebeck embarqué dans les ailes, afin d'obtenir une autonomie totale de vol.

ABSTRACT

La *Sterna Paradisaea*¹ est un oiseau commun dont le rapport envergure/taille est un des plus grand. Elle effectue chaque année des migrations du pôle nord au pôle sud, parcourant l'ensemble des 35 000km aller-retour en quatre mois environs.



Sterna Paradisaea

Cet oiseau est l'emblème du projet Paradisaea² de l'association Objectif Sciences³. Il s'agit de construire un planeur solaire en catégorie ULM, répondant à des spécifications précises constituées par le cahier des charges. Parmi celles-ci, celles qui influent sur notre étude sont une envergure demandée de 18m pour une corde de 1m, un poids maximal de 450kg, les deux pilotes compris, la production d'une puissance de 4kW sous 325V.

Le but de ce temps de recherche fut donc d'une part d'exposer et de faire comprendre la technologie Seebeck à des enfants, d'autre part de prospecter sur le marché des modules adaptés à nos besoins. Enfin de définir la faisabilité d'une telle production électrique dans notre cas et, le cas échéant, définir les contraintes et les possibilités de recherche associées en vue d'ouvrir la voie.

¹ La Sterne Arctique est un oiseau de la famille des sternidés pouvant vivre 34 ans. Elle mesure de 30 à 35cm pour une envergure de 80 à 95cm et un poids de 80 à 120gr. Cette espèce est présente à l'état sauvage en France.

[<http://www.oiseaux.net/oiseaux/charadriiformes/sterne.arctique.html>]

² <http://asso.objectif-sciences.com/Avion-solaire-Thematiques-des.html>

³ <http://asso.objectif-sciences.com>

INTRODUCTION

Bien que la technologie thermoélectrique soit peu connue dans le domaine publique⁴, elle présente une solution alternative très intéressante dans de nombreux cas où de l'énergie calorifique perdue peut être facilement récupérée pour produire du courant par effet Seebeck. (énergie solaire, vapeur, et diverses formes de chaleur perdue).

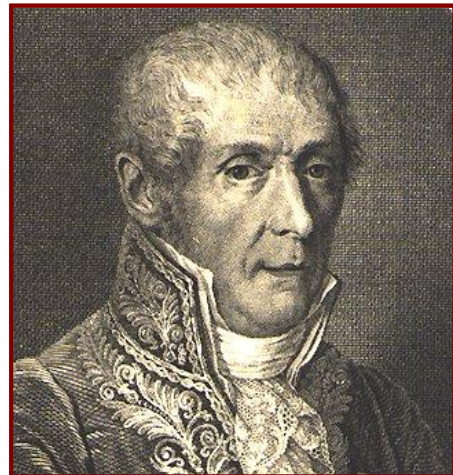


RTG de la sonde Cassini

Les modules thermoélectriques, dans ces cas de sources d'énergie certes faibles mais constantes, peuvent se révéler pleinement utiles ! A titre d'exemple, nous pourrions citer tous les satellites américains sortis de l'orbite terrestre depuis 1970 (Viking, Pioneer 10&11, Voyager 1&2, Apollo, etc...). Ces satellites ne pouvant plus fournir de manière satisfaisante de l'électricité de source photovoltaïque à leur instrument de bords utilisent des modules Seebeck de SiGe comme source de courant, le côté froid refroidit par l'univers et le côté chaud maintenu par pile RTG⁵.

HISTOIRE D'UN PRINCIPE

En 1800, Alessandro Volta, physicien italien publie une lettre au président de la Royal Society⁶ présentant une nouvelle invention qu'il a mit au point ; une pile électrique composée d'empilement de couples de disques zinc-cuivre en contact direct, chaque couple étant séparé du suivant par un tissu imbibé de saumure⁷. Il venait en effet, d'inventer la pile chimique, intriguant la communauté scientifique du monde entier pour le phénomène électrique. Ce même Volta avait cependant dès 1796 mis en évidence une autre forme d'électricité, l'électricité thermovoltaïque. En effet, sur la lancée des expériences de Galvani sur les grenouilles⁸, Volta avait constaté qu'une patte de grenouille se trouvait excitée par



Alessandro Volta (1745-1827)

⁴ "Thermoelectric Coolers as Power Generators", E. Burke, R. Buist, 18th Intersociety Energy Conversion Engineering Conference, Orlando, Florida, August 21-26, 1983. [<http://www.tetech.com/publications/pubs/1984RJB2.pdf>]

⁵ Saumure : Solution concentrée de chlorure de sodium, par exemple, l'eau résiduaire du dessalement de l'eau de mer. Eau fortement salée dont on extrait le sel par évaporation. [Office de la langue française 1993]

⁶ [<http://www.culture.gouv.fr/culture/actualites/celebrations2000/volta.htm>]

⁷ RTG : Radioisotope Thermoelectric Generator: générateur thermoélectrique tirant source de la désintégration isotopique comme source de chaleur pour un module thermoélectrique. Dans le cas de Cassini, se sont 5kg de plutonium-238 qui fournissait de la chaleur à un module de SiGe. [<http://saturn.jpl.nasa.gov/spacecraft/safety.cfm>]

⁸ Galvani (1737–1798) découvre en 1786 qu'une patte de grenouille touchant un métal au chargé électriquement se contracte en un mouvement spasmodique. [De viribus electricitatis in motu musculari commentarius, Galvani, 1791]

un conducteur dont l'extrémité se trouvait plongé dans de l'eau bouillante⁹.



Thomas Seebeck (1770-1831)

C'est en 1821 cependant que Thomas Johann Seebeck, physicien allemand, met en évidence la différence de potentiel qui se crée à la jonction entre deux matériaux lorsqu'ils sont soumis à un gradient de température¹⁰. Composé d'un simple anneau de moitié bismuth et de moitié cuivre, son expérience montra qu'en chauffant la jonction entre ses deux métaux, un courant apparaît et circule dans l'anneau, capable de dévier une aiguille aimantée¹¹. Bien qu'il attribua faussement ce résultat à l'apparition d'un champ magnétique, il venait d'inventer la pile thermoélectrique utilisant un nouvel effet qui prendra plus tard son nom : l'effet Seebeck.

En 1834, un physicien français, Jean Peltier mit en évidence un second principe thermoélectrique. Une différence de température apparaît aux jonctions de deux matériaux de nature différentes soumis à un courant électrique. Puis en 1860, William Thomson, mieux connu sous le nom de Lord Kelvin, exposa le troisième principe de la thermoélectricité¹² ; les effets Seebeck et Peltier sont liés et ces effets dépendent du matériau utilisé et non d'un couple. Thomson réussit ainsi à expliquer les trois principes thermoélectriques et à lier leur trois coefficients entre eux (coefficient Seebeck, coefficient Peltier et coefficient Thomson)

VULGARISATION

Faisons une analogie avec la production d'hydroélectricité afin de vulgariser le principe. Nous considérerons deux réservoirs hydrauliques contenant de l'eau et liés par une canalisation sur laquelle est implanté un générateur hydroélectrique par turbine. Dans un premier cas (figure 1.1) les deux réservoirs étant placés à une même altitude, l'eau ne se déplace pas de l'un à l'autre, n'activant donc pas la turbine du générateur hydraulique. Le simple bon sens en déduit que, en l'absence de déplacement d'eau, aucun courant ne peut être généré.

<http://www.ampere.cnrs.fr/parcourspedagogique/zoom/galvanivolta/grenouilles/index.php>

⁹ source primaire : « Storia della fisica » Mario Glozzi, 1796

source secondaire : Energie portable : autonomie et intégration dans l'environnement humain. 21-22 mars 2002 Cachan – Journées Electrotechniques du Club EEA, ISBN 2-909968-10-3
[http://www.satie.ens-cachan.fr/jeea2002/ArticlesPDF/Stockolm_EnergiePortable2002.pdf]

¹⁰ Le Dictionnaire des Inventeurs et des Inventions - LAROUSSE

¹¹ Magnetische polarisation der metalle und erze durch trempertur-differenz, Thomas Seebeck, 1895

disponible en version numérisée sur

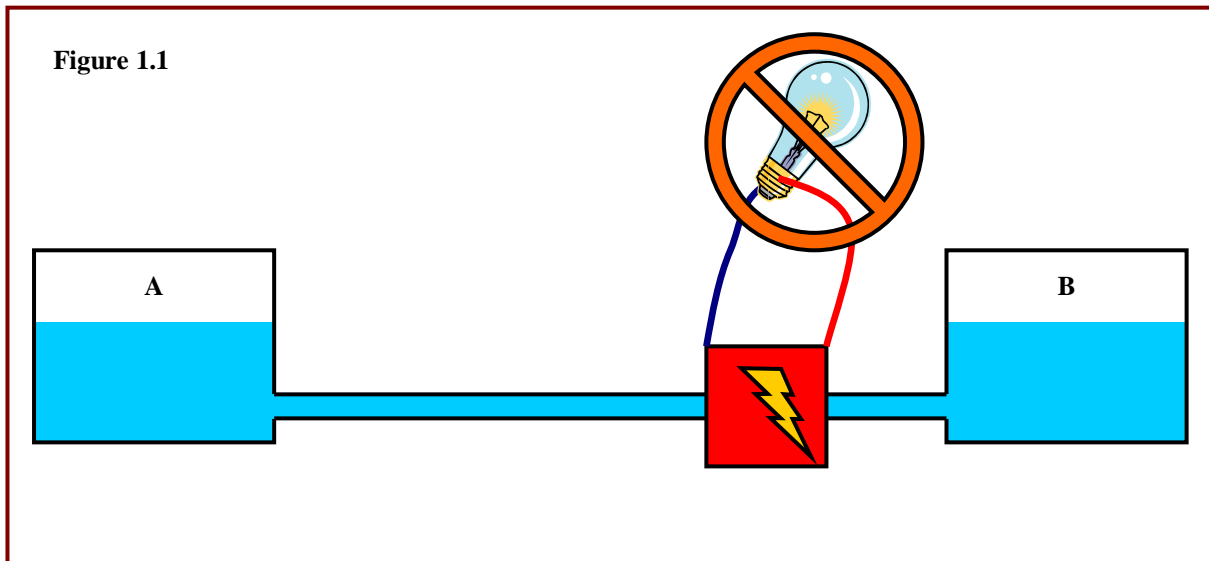
[[http://libcoll.mpiwg-](http://libcoll.mpiwg-berlin.mpg.de/libview?url=/mpiwg/online/permanent/einstein_exhibition/sources/7X568YX0/index.meta&pn=1&mode=txttool)

[berlin.mpg.de/libview?url=/mpiwg/online/permanent/einstein_exhibition/sources/7X568YX0/index.meta&pn=1&mode=txttool](http://libcoll.mpiwg-berlin.mpg.de/libview?url=/mpiwg/online/permanent/einstein_exhibition/sources/7X568YX0/index.meta&pn=1&mode=txttool)]

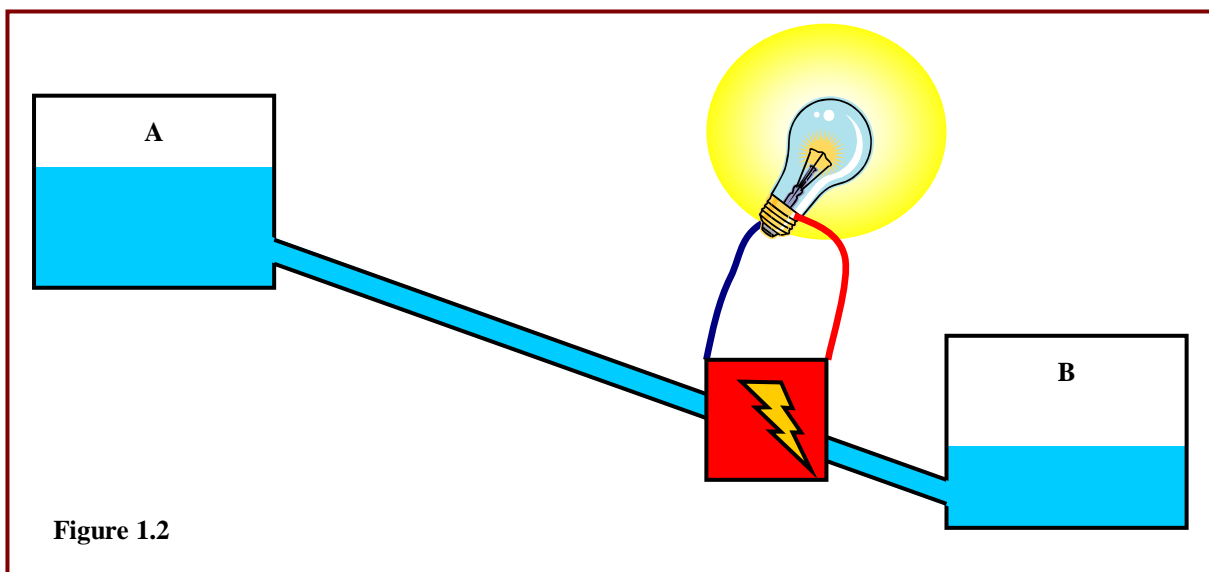
¹² William Thomson, Deux Mémoires sur la théorie dynamique de la chaleur. Sér. I, 17, (1852), page 209-252

Disponible en version numérisée

[<http://visualiseur.bnf.fr/ConsulterElementNum?O=NUMM-16396&Deb=217&Fin=260&E=PDF>]



Ainsi en ce plaçant dans le cas de la figure 1.2, il semble évident que le dénivelé entre les réservoirs A et B provoque un écoulement du fluide de A vers B, actionnant les turbines du générateur, permettant ainsi la production d'énergie. Dans le cas de notre exemple, c'est donc le flux hydraulique qui est à l'origine de la création d'électricité.



Dans le cas de la production thermovoltaïque d'électricité, un parallèle intéressant peut être fait: c'est le flux thermique qui sera à l'origine de la l'origine de la production électrique. D'où le terme de thermoélectricité¹³.

¹³ Du latin «thermos» qui signifie «chaud»

[<http://www.ac-orleans-tours.fr>]

C'est donc la production d'électricité à partir d'énergie sous forme calorifique.

ARCHITECTURE D'UN MODULE TE

Dans la suite nous noterons module TE pour module thermoélectrique, les générateurs utilisant l'effet Seebeck. Voyons ainsi comment se compose un module Seebeck.

Un générateur TE est un petit module de forme parallélépipédique formé de deux plaques de céramique enveloppant en sandwich un jeu de ponts semi-conducteurs tels que présentés plus tard. Il nous est apparu que le flux thermique à l'intérieur d'un tel module TE est le facteur responsable de la production d'électricité. C'est-à-dire qu'il doit y avoir transfert thermique entre les deux plaques de céramique. Petit rappel : deux corps à la même température sont dits en équilibre thermique. Dans le cas où l'un des deux est de température supérieure au second il y a transfert thermique, c'est-à-dire que le corps le plus chaud va fournir de l'énergie au corps le plus froid, (le réchauffant ainsi en se refroidissant lui-même) jusqu'à atteindre l'équilibre thermique.

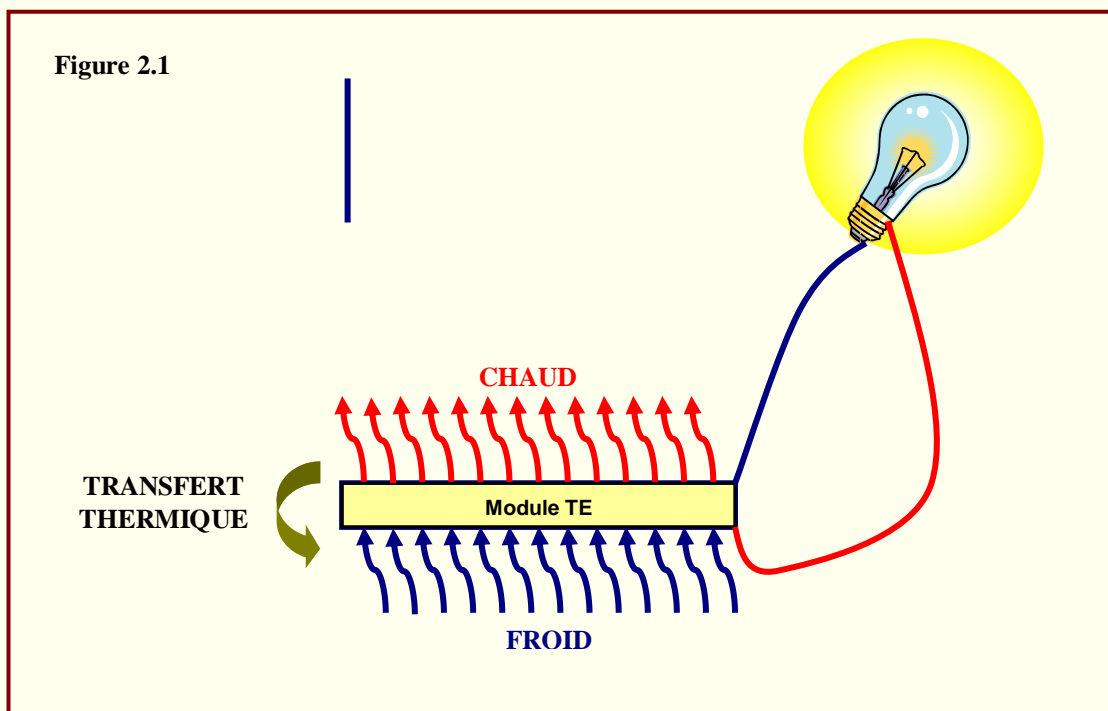
Le transfert thermique noté Φ est tel que :

$$\Phi = K.S.(T_A - T_B)$$

avec; S: la surface de contact en m^2

T la température en K

K le coefficient de transfert thermique en $W.m^{-2}.K^{-1}$



En entrant plus en détail dans la structure d'un module TE, nous pouvons constater que de multiples ponts métalliques composent la structure interne prise en sandwich entre les deux plaques de céramiques. Ces ponts sont des cubes de métaux en structure cristalline, dopés N ou P¹⁴ et comprenant des jonctions chaudes et froides de sorte d'être reliés en série électriquement et en parallèle thermiquement.

¹⁴ Le dopage est une méthode utilisée pour booster les capacités semi-conductrices de certains métaux sous forme cristallins. « Le semi-conducteur est dit dopé N lorsque des impuretés donneuses d'électrons ont été incorporées dans son réseau atomique, l'enrichissant en électrons il est dit dopé P lorsque des impuretés acceptrices d'électrons ont été introduites, enrichissant le semi-conducteur en 'manque d'électrons' plus communément appelé 'trous' » [La Recherche, n°184, jan 1987, p95]

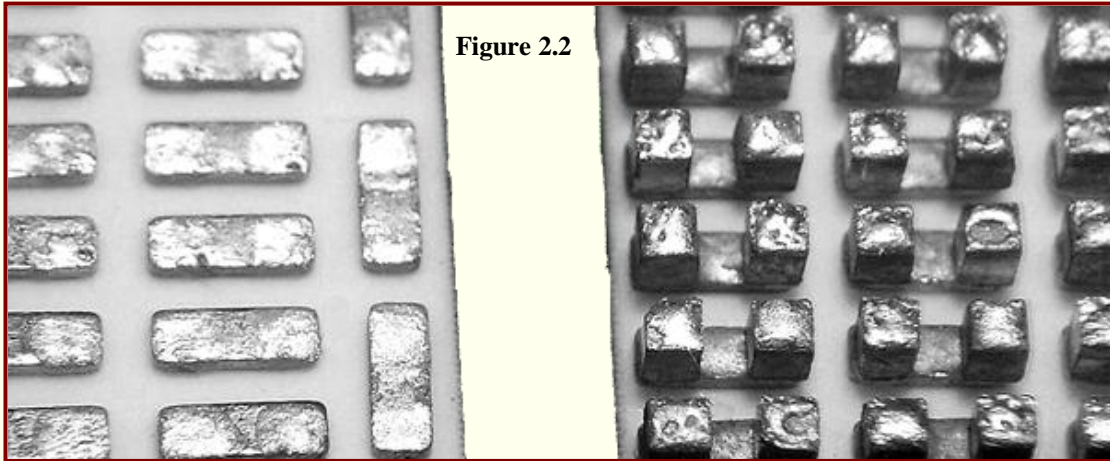


Figure 2.2

La figure 2.2 représente ainsi les ponts reliés deux à deux sur une des plaques de céramique et les connexions assurant les liaisons série sur la seconde céramique. La figure 2.3 modélise un module TE vue de la tranche sur fond noir afin de se rendre compte le parallélisme des liaisons chaudes et froides.

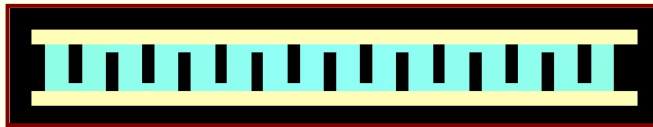


Figure 2.3

DESCRIPTION DE L'EFFET SEEBECK

Nous avons donc remarqué qu'un module Seebeck se compose de multiples ponts en métal semi-conducteur dopé N&P connectés électriquement en série et thermiquement en parallèle au moyen de plaque de céramique¹⁵. Intéressons nous maintenant à ce qu'il se passe dans une unité de base ; le pont N&P appelé *jonction*.

La structure P/N porte donc le nom de *jonction* et la possède la propriété de laisser passer le courant dans un sens (jonction en direct) et non dans l'autre (jonction en inverse).

Voici une description phénoménologique de l'effet Seebeck¹⁶ :

Lorsque l'on chauffe un conducteur homogène en lui appliquant un gradient de température selon un axe x, il en résulte l'apparition d'un champ électromoteur parallèle à cet axe x. Cet axe est tel que :

$$[1] \quad \vec{E}_m = -\alpha_A \frac{d\theta}{dx} \vec{x}$$

avec \vec{E}_m est le champ électromoteur
 α_A est le pouvoir thermoélectrique du matériau A
 \vec{x} est le vecteur unitaire

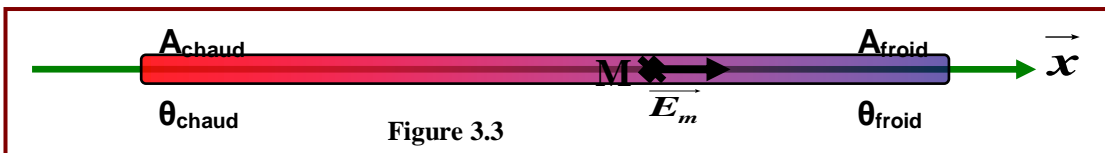


Figure 3.3

¹⁵ "Thermoelectric Power Generator Design and Selection from TE Cooling Module Specifications", Richard J. Buist and Paul G. Lau, XVI International Conference on Thermoelectrics, Dresden, Germany, August 26-29, 1997. [<http://www.tetech.com/publications/pubs/ICT97RJB.pdf>]

¹⁶ Inspiré de nombreux chapitres du site de Michel Hubin, chercheur au CNRS [<http://perso.orange.fr/michel.hubin>]

Ce champ donne ainsi naissance à une force électromotrice telle que :

$$[2] \quad \Delta V = \int_{A_c}^{A_f} \mathbf{E}_m dM = V_{A_f} - V_{A_c} \quad \text{avec} \quad \begin{array}{l} C^{A \rightarrow B} \text{ la force électromotrice en le côté} \\ \text{chaud et froid} \\ V_{A_f} \text{ le potentiel du côté froid} \\ V_{A_c} \text{ le potentiel du côté chaud} \end{array}$$

Cette force électromotrice créée résulte de la combinaison de deux phénomènes :

- Un phénomène de diffusion d'électrons de la fonction chaude vers la jonction froide.
- Un phénomène de balayage des électrons par les phonons (*phonon-drag effect* qui n'a d'importance qu'à très basse température)

Expliquons un peu :

Considérons un conducteur A homogène, en équilibre thermique à une température θ . On considère alors que statistiquement, tous les électrons libres à l'intérieur du conducteur A possèdent la même énergie. En vulgarisant, on dira qu'en tout point du conducteur, les électrons libres ont la même vitesse. On considère une section unitaire perpendiculaire à l'axe du conducteur, tel que représenté sur la figure 3.4. Ainsi, il y aura statistiquement autant

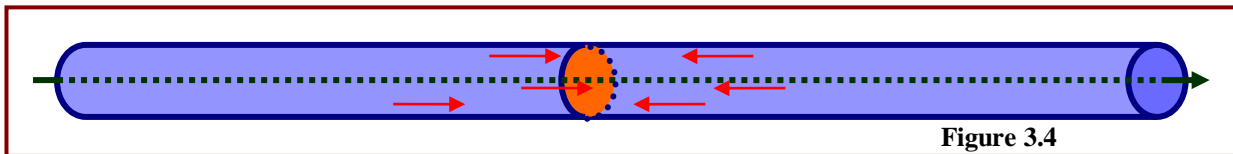


Figure 3.4

d'électrons libres qui traverseront notre section en allant de droite à gauche qu'en allant de gauche à droite. De plus, tous ces électrons auront statistiquement la même énergie. Ainsi, bien que chaque électron bouge effectivement par le mouvement brownien, on dira que globalement il n'y a pas de déplacement d'ensemble des électrons libres car ils n'ont statistiquement aucun sens privilégié.

A contrario, nous allons maintenant considérer le même conducteur mais soumis à un gradient de température selon son axe longitudinale. (figure 3.5)

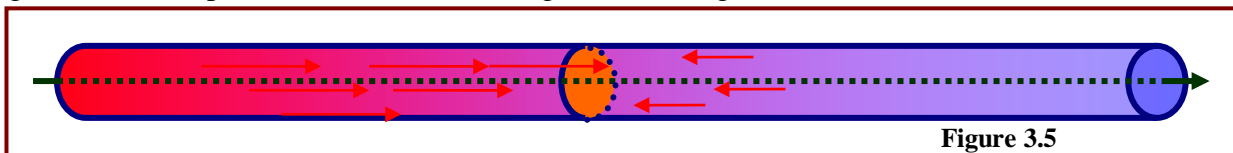


Figure 3.5

On sait que la température thermodynamique a pour définition la quantité de mouvement des électrons. Autrement dit, on considère que les électrons libres de la zone chaude ont une vitesse plus importante, c'est-à-dire qu'ils sont statistiquement plus énergétiques en moyenne que les électrons libres en zone froide. Cela dit un autre effet s'ajoute à celui-ci. En effet, prenons l'analogie avec une autoroute. Le flux autoroutier représente le conducteur, c'est-à-dire que le nombre de voiture sur la voie définit la quantité d'atome du conducteur. On considère deux chauffeurs A et B, le premier 'chaud' et le deuxième 'froid', c'est-à-dire l'un rapide et l'autre froid. Il semble évident que A a plus de chance d'avoir un accident, si l'on considère un même trafic que B. Pour les électrons, la situation est identique. Il en résulte qu'un électron 'chaud' parcourra statistiquement moins de distance qu'un électron 'froid' entre deux chocs (ceci étant plus fréquent). Le gradient de température appliqué au conducteur provoque ainsi deux effets contradictoires :

- L'augmentation de la vitesse des électrons libres favorise un déplacement plus important des électrons libres dans le sens chaud/froid.
- La diminution du libre parcours moyen¹⁷ freine qu'en à lui ces électrons.

On dira ainsi que le phénomène de diffusion des électrons est contrecarré par le phénomène de dispersion¹⁸. Cependant, ces deux effets n'étant pas égaux¹⁹, l'un est prépondérant sur l'autre et il en résulte un déséquilibre électronique global, c'est-à-dire l'accumulation d'électron en une extrémité du conducteur et un défaut dans l'autre, d'où la différence de potentielle. Cette ddp²⁰ $V_{\text{chaud}} - V_{\text{froid}}$ est proportionnelle à la différence de température $\Delta T = T_{\text{chaud}} - T_{\text{froid}}$ selon un facteur α nommé pouvoir thermoélectrique absolu du matériau ou encore coefficient Seebeck. L'expérience montre qu'il varie très légèrement avec la température, mais suffisamment peu pour que l'on puisse le considérer comme constant sur une certaine plage de température²¹. Ce coefficient peut être positif ou négatif selon lequel des deux effets vu précédemment (diffusion ou dispersion) est prépondérant dans le matériau considéré. Notons que ce coefficient est homogène à des [mV/K]. Cette ddp peut être caractérisé par fermeture du circuit à l'aide d'un matériau différent²². (figure 3.6)

On a alors : [3]
$$\Delta V = \int_{\theta_c}^{\theta_f} -(\alpha_2 - \alpha_1) d\theta$$
 avec ΔV la ddp en volt
 α_1 le pouvoir thermoélectrique du matériau 1
 α_2 le pouvoir thermoélectrique du matériau 2

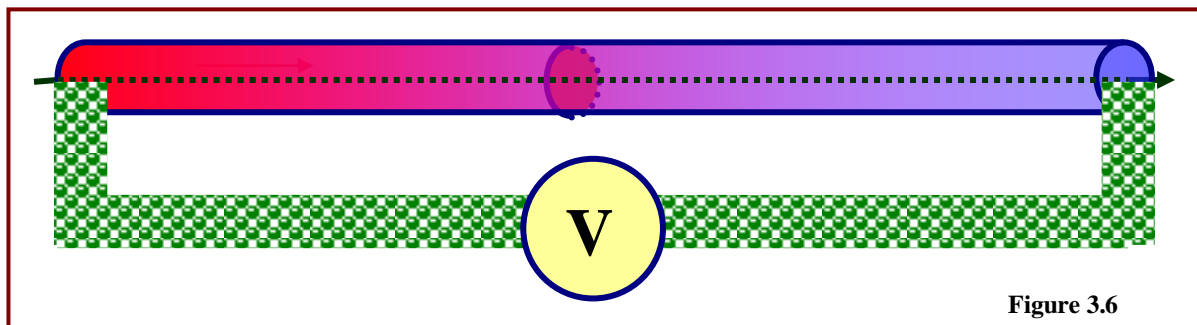


Figure 3.6

En connaissant une des deux températures, il devient possible, par mesure de la différence de potentiel créée de retrouver la



¹⁷ Libre parcours moyen, ou lpm, est la distance moyenne parcouru entre deux chocs.

¹⁸ [<http://perso.orange.fr/michel.hubin/physique/physique.htm>]

¹⁹ Ils dépendent chacun du matériau et notamment de l'encombrement électronique de celui-ci.

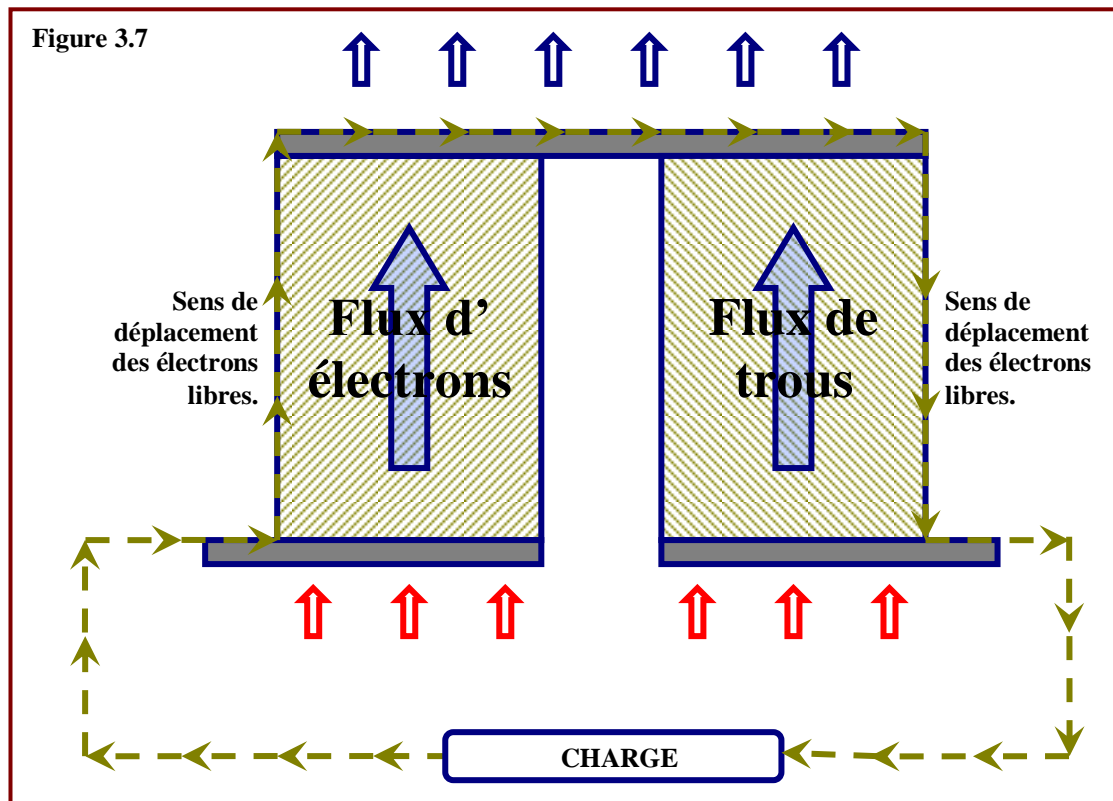
²⁰ ddp : différence de potentielle

²¹ Voir note 11

²² Si le matériau était identique alors, comme en circuit fermé mais soumis au même gradient thermique, la ddp créée à leurs bornes serait identique mais opposée d'où globalement nulle. Ce phénomène est simple à appréhender : un anneau de métal ne créer pas d'électricité même chauffé.

température inconnue²³. Ce principe est toujours utilisé aujourd'hui dans les CTN²⁴.

Dans le cas de nos modules Seebeck, le thermocouple utilisé est fait du même métal cristallin, dopé N ou P comme développé précédemment. Le coefficient Seebeck d'un tel module est alors la différence des coefficients de chacun des ponts utilisés.



La figure 3.7²⁵ montre le déplacement des électrons sous l'effet du gradient thermique et de la charge.

²³ Mayer H, Dünne Schichten Technik, Springer Verlag Berlin (1955).

²⁴ Une CTN (Coefficient de Température Négatif, en anglais NTC, Negative Temperature Coefficient) sont des thermistances dont la résistance diminue de façon uniforme avec la température selon la loi

²⁵ Figure inspirée des informations glanées sur [<http://www.peltier-info.com>]

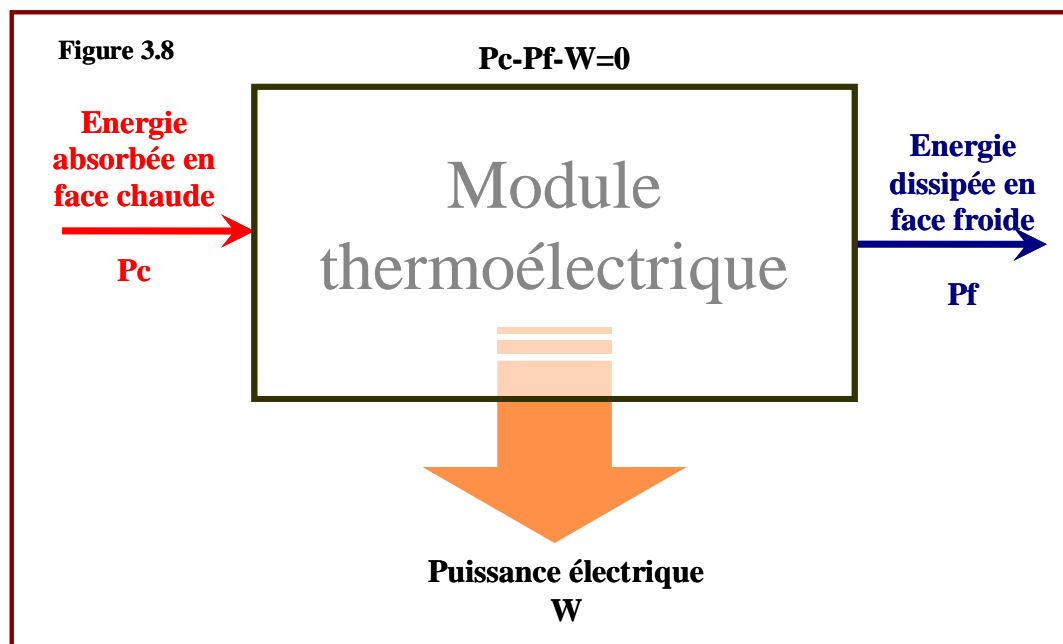
UN PEU DE MATHEMATIQUES²⁶

I/ INTRODUCTION

Le but d'un module thermoélectrique est de créer un courant à partir d'un gradient de température, grâce à l'effet Seebeck. Un tel module, pour être commercialement viable doit donc être correctement pensé, tant en terme de matériaux utilisés que dans le dimensionnement de ceux-ci. Tous les calculs qui suivent seront développés pour une seule jonction. Mais dans le cas d'un module Seebeck de N jonctions il suffira de multiplier par un facteur N les équations.

II/ CONSERVATION DE L'ENERGIE:

Rappelons la maxime bien connu de Lavoisier enseignée à chaque étudiant en entrée de collège : 'Rien ne se perd, rien ne se crée, tout se transforme'²⁷. Cette phrase nous rappelle ainsi le principe de conservation de l'énergie applicable à tout système : la somme des énergies entrante est égale à la somme des énergies sortante. Dans le cas de notre module thermoélectrique ce principe s'applique de la sorte explicitée par le diagramme énergétique fourni en figure 3.8



²⁶ Cette partie risquera d'être moins référencée du fait que beaucoup de calculs sont personnels.

²⁷ « car rien ne se crée, ni dans les opérations de l'art, ni dans celles de la nature, et l'on peut poser en principe que, dans toute opération, il y a une égale quantité de matière avant et après l'opération ; que la qualité et la quantité des principes est la même, et qu'il n'y a que des changements, des modifications »
Antoine-Laurent Lavoisier (1743-1794), Traité élémentaire de chimie, Tome premier, p101, 1789
Œuvres complètes disponibles sur [<http://histsciences.univ-paris1.fr/i-corpus/lavoisier>]

III/ CARACTERISATION DES MATERIAUX THERMOELECTRIQUES

Trois paramètres définissent les matériaux thermoélectriques ;

- α : le coefficient Seebeck du matériau [$V.K^{-1}$]
- ρ : la résistivité électrique du matériau [$\Omega.m$]
- λ : la conductibilité thermique [$W.m^{-1}.K^{-1}$]

Ces trois coefficients sont artificiellement reliés entre eux en une relation sans dimension et notée ZT ²⁸ [4] où T définit la température absolue en Kelvin et Z est un coefficient appelé

coefficient de mérite : [5] $Z = \frac{\alpha^2}{\rho \cdot \lambda}$ en K^{-1} .

Actuellement, les coefficients ZT valent 1 en moyenne.

IV/ RENDEMENT THERMOELECTRIQUE

Du principe de conservation de l'énergie, nous pouvons définir le rendement thermoélectrique de notre module comme le rapport sans dimension de la puissance utile en sortie sur la puissance en entrée, soit :

[4] $\eta = \frac{W}{P_c}$ où W est la puissance électrique utile en sortie de module [W] et P_c , la puissance fournie en entrée à la face chaude.

On a de plus : $W = R_l \cdot I$ [5] où R_l est la résistance de la charge en sortie de module et où I est l'intensité du courant de sortie. Par la loi d'ohm, on obtient $U = R_{tot} \cdot I$ [6] où R_{tot} est la résistance totale d'un jonction, soit $R_{tot} = R_n + R_p + R_l$ [7] où R_n est la résistance du pont N, R_p la résistance du pont P et R_l la résistance de la charge. De plus par la formule [3], on obtient $U = \alpha_{pn} (T_{chaud} - T_{froid})$ [8] où $\alpha_{pn} = \alpha_p - \alpha_n$ est le coefficient Seebeck de la jonction, définie comme la différence des coefficients des ponts P et N.

Au final, on obtient : $W = R_l \cdot \left[\frac{\alpha_{pn} (T_{chaud} - T_{froid})}{R_p + R_n + R_l} \right]^2$ [9]

De plus, l'énergie absorbée en face chaude est la somme de la puissance absorbée par effet Peltier Q_c , de la chaleur perdue par conduction thermique dans les éléments thermoélectriques Q_l et de la moitié de la chaleur dégagée par effet Joule dans les éléments thermoélectriques P_j , avec²⁹ :

$$Q_c = \alpha_{pn} \cdot T_{chaud} \cdot I \quad [10]$$

$$Q_l = (K_p + K_n) \cdot (T_{chaud} - T_{froid}) \quad [11] \text{ K est la conductance thermique } [W.K^{-1}]$$

$$P_j = \frac{1}{2} R_{int} \cdot I^2 \quad [12] R_{int} \text{ la résistance interne } R_{int} = R_n + R_p \text{ } [\Omega]$$

²⁸ « Thermoelectric Handbook », audede la société Melcor, disponible en version pdf non complète [<http://www.melcor.com/pdf/Thermoelectric%20Handbook.pdf>]

²⁹ Etude de skutterudites de terres-rares (R) et de métaux d (M) du type RM4Sb12 : de nouveaux matériaux thermoélectriques pour la génération d'électricité, David Bérardan, thèse soutenue le 1er juillet 2004, p8 [<http://tel.archives-ouvertes.fr/docs/00/04/80/84/PDF/tel-00009352.pdf>]

On obtient alors par [4], [9], [10], [11], [12] :

$$\eta = \frac{R_l \cdot \left[\frac{\alpha_{pn} (T_{chaud} - T_{froid})}{R_p + R_n + R_l} \right]^2}{\alpha_{pn} \cdot T_{chaud} \cdot I + (K_p + K_n)(T_{chaud} - T_{froid}) - \frac{1}{2} R_{int} \cdot I^2} \quad [13]$$

Notons $r = \frac{R_l}{R_p + R_n}$

De plus, en remarquant que : $R = \rho \frac{L}{A}$ [α] L : Hauteur d'un pont [m]
A : Section de la base d'un pont [m²]

et : $K = \lambda \frac{A}{L}$ [β]

Par composition, on obtient $\lambda \cdot \rho = K \cdot R$

Ainsi on reconnaîtra, dans l'équation [13] le coefficient de mérite Z que l'on notera :

$$Z_{pn} = \frac{\alpha_{pn}^2}{(R_p + R_n)(K_p + K_n)}$$

Finalement on peut exprimer le rendement sous la forme :

$$[14] \quad \eta = \frac{T_{chaud} - T_{froid}}{T_{chaud}} \cdot \frac{r}{r + 1 + \frac{(r + 1)^2}{Z_{pn} \cdot T_{chaud}} - \frac{T_{chaud} - T_{froid}}{2T_{chaud}}}$$

V/ ANALYSE DES PARAMETRES

On remarquera que le rendement peut s'exprimer sous la forme d'un produit de deux facteurs.

$$[14] \quad \eta = \frac{T_{chaud} - T_{froid}}{T_{chaud}} \cdot \frac{r}{r + 1 + \frac{(r + 1)^2}{Z_{pn} \cdot T_{chaud}} - \frac{T_{chaud} - T_{froid}}{2T_{chaud}}}$$

L'analyse de cette expression du rendement nous apporte plusieurs éléments :

- Le rendement d'un module TE est inférieur au rendement de Carnot.
- Le rendement augmente lorsque le facteur de mérite Z_{pn} augmente.
- Le rendement dépend de r , c'est-à-dire de la résistance interne et de la résistance de la charge.
- Le rendement dépend de ΔT ainsi que de T_{chaud} .

Développons maintenant chacun de ces points.

▪ Notre expression du rendement se compose d'un produit de deux facteurs. Le premier, $\frac{T_{chaud} - T_{froid}}{T_{chaud}}$ est l'expression du rendement de Carnot d'une machine thermique parfaite³⁰.

Le second terme du facteur étant clairement inférieur à 1, nous en concluons que le rendement ici est inférieur à celui de Carnot. Ceci n'est en rien choquant puisque nous avons par exemple introduit dans nos calculs des thermes rendant compte d'actes non réversibles, tel que la puissance dissipée dans les ponts par effets Joule.

▪ Le fait que le rendement augmente lorsque Z_{pn} augmente se voit facilement également par observation de la formule ; lorsque Z_{pn} augmente, la fraction $\frac{(r+1)^2}{Z_{pn} \cdot T_{chaud}}$ diminue.

Ainsi la somme $r+1 + \frac{(r+1)^2}{Z_{pn} \cdot T_{chaud}} - \frac{T_{chaud} - T_{froid}}{2T_{chaud}}$ diminue et donc par extrapolation, la

fraction $\frac{r}{r+1 + \frac{(r+1)^2}{Z_{pn} \cdot T_{chaud}} - \frac{T_{chaud} - T_{froid}}{2T_{chaud}}}$ diminue également.

Au final, on montre bien que lorsque Z_{pn} augmente, le rendement η augmente. Cela signifie que le coefficient de mérite Z_{pn} est un facteur important dans le choix d'un bon matériau pour un module Seebeck.

▪ Le rendement est exprimé ici en fonction du paramètre r . On rappelle que l'on avait choisi pour notation $r = \frac{R_l}{R_p + R_n}$. Il s'agit donc de déterminer le meilleur rapport entre la résistance de la charge placée en sortie et la résistance interne du Seebeck. Il s'agit donc de déterminer r tel que $\frac{d\eta}{dr} = 0$.

$$\text{Or, } \frac{d\eta}{dr} = \frac{T_{chaud} - T_{froid}}{T_{chaud}} \cdot \left[\frac{r+1 + \frac{(1+r)^2}{Z_{pn} T_{chaud}} - \frac{T_{chaud} - T_{froid}}{2T_{chaud}} - r \cdot \left(1 + \frac{2(1+r)}{Z_{pn} T_{chaud}} \right)}{\left(1+r - \frac{T_{chaud} - T_{froid}}{2T_{chaud}} + \frac{(1+r)^2}{Z_{pn} T_{chaud}} \right)^2} \right] \quad [15]$$

D'où on détermine que r_0 , le coefficient idéal vaut $r_0 = (Z_{pn} \cdot T_{moy} + 1)^{\frac{1}{2}}$ [16]

$$\text{avec } T_{moy} = \frac{T_{chaud} - T_{froid}}{2} \quad [17]$$

³⁰ « Réflexions sur la puissance motrice du feu », Sadi Carnot, 1824
Disponible en version numérisée [http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k29063f]

Par un raisonnement identique mais avec le calcul de $\frac{d\eta}{dR_i} = 0$, on obtient une charge optimale en sortie telle que : $R_i = R_{int}$ [18]

▪ Enfin le rendement dépend aussi du ΔT et de l'endroit où il est placé sur 'l'échelle des températures'.

Il est naturel que plus le ΔT est grand et plus le terme $\frac{T_{chaud} - T_{froid}}{T_{chaud}}$ sera grand.

De même pour $\frac{T_{chaud} - T_{froid}}{2T_{chaud}}$ c'est-à-dire que $r + 1 + \frac{(r + 1)^2}{Z_{pn} \cdot T_{chaud}} - \frac{T_{chaud} - T_{froid}}{2T_{chaud}}$ sera petit d'où enfin que $\frac{r}{r + 1 + \frac{(r + 1)^2}{Z_{pn} \cdot T_{chaud}} - \frac{T_{chaud} - T_{froid}}{2T_{chaud}}}$ sera grand.

Au final, on montre ainsi que le rendement est d'autant plus important que le ΔT est important.

On considère maintenant un ΔT fixe. Voyons pour quel T_{chaud} on aura un rendement maximal. Par la même méthode que précédemment, ce T_{chaud} sera tel que $\frac{d\eta}{dT_{chaud}} = 0$.

Or, [19]

$$\frac{d\eta}{dT_{chaud}} = \frac{r \cdot \left[\left(\frac{T_{froid}}{T_{chaud}^2} \right) \cdot \left(1 + r + \frac{T_{chaud} - T_{froid}}{2T_{chaud}} + \frac{(r + 1)^2}{Z_{pn} \cdot T_{chaud}} \right) - \left(\frac{T_{chaud} - T_{froid}}{T_{chaud}} \right) \cdot \left(\frac{T_{chaud} - T_{froid}}{2T_{chaud}^2} - \frac{1}{2T_{chaud}} - \frac{(r + 1)^2 \cdot Z_{pn}}{Z_{pn} \cdot T_{chaud}^2} \right) \right]}{\left(1 + r + \frac{T_{chaud} - T_{froid}}{2T_{chaud}} + \frac{(r + 1)^2}{Z_{pn} \cdot T_{chaud}} \right)^2}$$

C'est-à-dire que la température chaude idéale est telle que :

$$\left(\frac{T_{froid}}{T_{chaud}^2} \right) \cdot \left(1 + r + \frac{T_{chaud} - T_{froid}}{2T_{chaud}} + \frac{(r + 1)^2}{Z_{pn} \cdot T_{chaud}} \right) = \left(\frac{T_{chaud} - T_{froid}}{T_{chaud}} \right) \cdot \left(\frac{T_{chaud} - T_{froid}}{2T_{chaud}^2} - \frac{1}{2T_{chaud}} - \frac{(r + 1)^2 \cdot Z_{pn}}{Z_{pn} \cdot T_{chaud}^2} \right)$$

Soit encore, telle que :

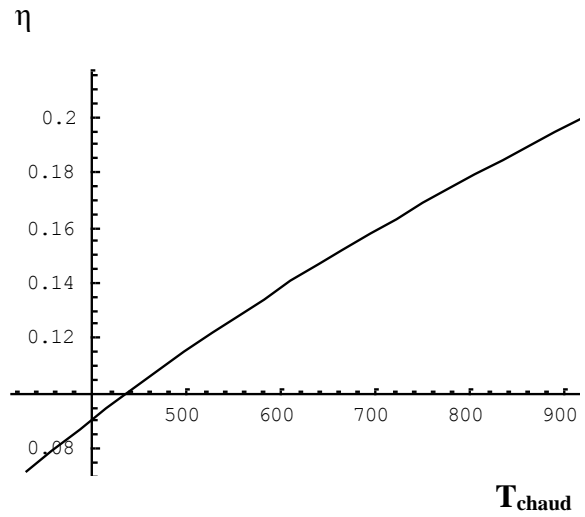
$$T_{froid} \cdot \left[Z_{pn} \cdot T_{chaud}^2 + r \cdot 2 \cdot Z_{pn} \cdot T_{chaud} + Z_{pn} \cdot T_{chaud} \cdot (T_{chaud} - T_{froid}) + 2T_{chaud} \cdot (1 + r)^2 \right] = \left[T_{chaud} (T_{chaud} - T_{froid}) \cdot Z_{pn} \cdot (T_{chaud} - T_{froid}) - Z_{pn} \cdot T_{chaud} - 2 \cdot Z_{pn} \cdot (1 + r)^2 \right] \quad [20]$$

Cette équation [20] est inhomogène en terme de dimension, indiquant qu'elle n'a pas de solution. La température chaude est donc seulement limité par les points de fusion des matériaux.

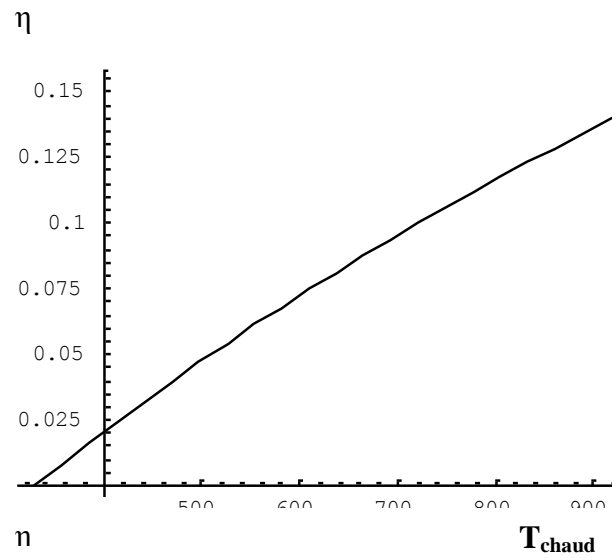
On complètera donc notre étude par quelques graphes du rendement en fonction de T_{chaud} ³¹.

³¹ Ces graphes ont été réalisés à laide du logiciel Mathematica 5.2 en licence étudiante.

$T_{froid} = 100K$
 $Z_{pn} = 1,5 \cdot 10^{-3} K^{-1}$
 $r = 1$



$T_{froid} = 330K$
 $Z_{pn} = 1,5 \cdot 10^{-3} K^{-1}$
 $r = 1$



$T_{froid} = 300K$
 $Z_{pn} = 3,30 \cdot 10^{-3} K^{-1}$
 $r = 1$

